



## PROBLEM AVDELNINGEN

### 3419 **Kattrike**

Hur många katter finns det i kvarteret, frågar grannen. "Tre fjärdedelar av alla katter i kvarteret och fem därtill", svarar jag! Hur många är det?

### 3420 **Minst bakvänt**

Ta ett tresiffrigt tal  $t$  ex 246 och kasta om sifferordningen till 642. Skillnaden är  $642 - 246 = 396$ . Vilken är den minsta skillnaden du kan få genom att kasta om ordningen i ett tresiffrigt tal där första och sista siffran är olika?

### 3421 **Vilket är talet?**

Du har ett heltal mellan 300 och 400. Det blir 20 mer om det avrundas till närmaste hundratal än om det avrundas till närmaste tiotal. Vilket är det största talet som svarar mot dessa villkor?

### 3422 **Räkna till 1000**

Hur långt ska du räkna 1, 2, 3 ... för att summan av talen du räknar upp säkert ska vara minst 1000?

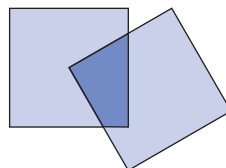
### 3423 **Hur rik är jag?**

Jag har en påse med tiokronor. När jag lägger dem i rader med 8 i varje blir det ett mynt över. När jag tar 5 i varje rad blir det också en tia över. Hur mycket är det i påsen?

### 3424 **Hur långt är tåget?**

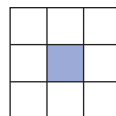
Ett tåg går med konstant fart genom en 300 meter lång tunnel. Det tar 20 sekunder från att tåget går in i tunneln tills tågets sista del lämnar den, och det tar 5 sekunder för tåget att passera en lampa i tunnelns tak. Hur långt är tåget?

### 3425 **Snitt av två kvadrater**



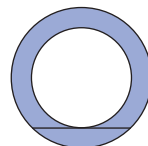
Två lika stora blå kvadrater har ett område gemensamt. Visa att områdets area inte ändras om den sneda blå kvadraten vrids kring hörnet i den andra kvadratens mittpunkt. Hur stor är arean av området jämfört med en av kvadraterna?

### 3426 **Mönster med blå kvadrater**



Nio småkvadrater bildar en stor kvadrat. En kvadrat som inte har någon sida gemensam med den stora kvadratens är blå. Hur många blå kvadrater blir det om vi ritat en bild med  $4 \times 4$  småkvadrater? Om det är  $5 \times 5$ ,  $6 \times 6$ , ...  $n \times n$  småkvadrater?

### 3427 **Ring av vatten**



Bilden visar en ringformad damm med en blomplantering i mitten. Hur mycket vatten behövs för att fylla dammen till 50 cm djup om den markerade sträckan är a) 4 m b) 8 m?

## Kommentarer

3419 Ett "vandringsproblem", som formulerats i otaliga varianter i tusentals år i många kulturer. En fjärdedel av katterna är fem stycken.

3420 För att få så liten skillnad som möjligt så ska första och sista siffran skilja sig med en enhet, t ex 102 och 201. Kan du få mindre skillnad än 99?

3421 Tänkbara tal ligger nära 400. De som avrundas till 380 är talen mellan 375 och 385.

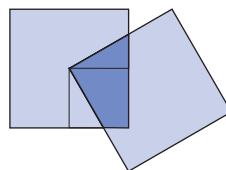
3422 Fundera först över vad summan blir på ett ungefär, om man räknar till ett visst tal t ex 20. Medelvärdet av uppräknade tal bör ligga på ca 10, så summan blir ungefär 200. I själva verket kan vi lägga ihop första och sista talet  $(1 + 20)$  och multiplicera med halva antalet 10 och får 210. Så kan man resonera sig fram till  $(1 + 44) \cdot 22 = 990$ .

3423 Tiokronorna kan ligga i ett rektangelnät med  $8 \times 5$  st. Men det kan finnas många flera, t ex 241 som kan läggas  $8 \times 30 + 1$  och  $48 \times 5 + 1$ . Hur kan alla möjligheter systematiseras?

3424 Eftersom lampan lyser på tåget i 5 sekunder som är en fjärdedel av den tid som det tar för tåget att gå tunneln plus den egna längden så är tågets längd 100 m.

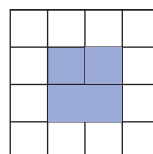
Eller med ekvation: Vi antar att tåget är  $s$  meter. På 20 sekunder går det  $(300 + s)$  meter vilket också svarar mot  $4 \cdot s$  meter eftersom tåget går  $s$  meter på 5 sekunder.  $300 + s = 4s$  ger  $s = 100$ .

3425



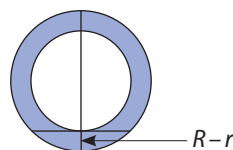
I figuren är två små trianglar inritade. Varför är de lika stora och vad innebär det?

3426



Genom att rita och resonera så ser vi att det blir  $2^2 = 4$  i  $4 \times 4$ -kvadraten (se figur),  $3^2 = 9$  i  $5 \times 5$ -kvadraten osv.  $(n-2)^2$  blå rutor i  $n \times n$ -kvadraten.

3427



Här är det enklast med en ekvation med hjälp av Pythagoras sats eller kordasatsen. Anta att den lilla radien är  $r$  och den stora  $R$  meter.

Med kordasatsen:  $(R+r)(R-r) = 2 \cdot 2$ , vilket ger att  $R^2 - r^2 = 4$ .

Den blå arean är  $\pi \cdot (R^2 - r^2) \text{ m}^2 = 4\pi \text{ m}^2$ .

Sökt volym i a är

$0,5 \cdot 4\pi \text{ m}^3$  dvs ca  $6,3 \text{ m}^3$ , vilket är ganska mycket.

Hur mycket större är volymen i b?

Göran Emanuelsson