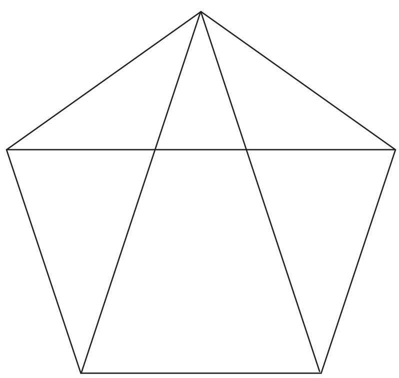
PROBLEM
AVDELNINGEN

Populära problem från några lärare

Problemen har bland annat hämtats från Nrich och boken *Elefanten i klassrummet*. Problem nr 4268 är inskickat av Sture Sjöstedt.

4261 *Moduloräkning*
Om det är måndag idag, vilken veckodag är det om 1 000 dagar?

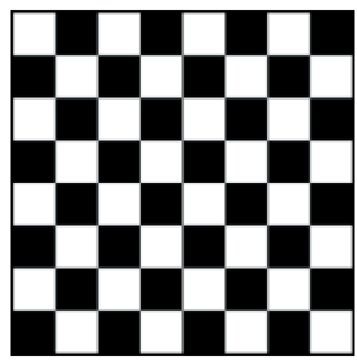
4262 *Räkna trianglar*
Hur många trianglar finns det i figuren?



4263 *Vattenhinkarna*
Du har en hink på fem liter, en hink på tre liter och obegränsad tillgång till vatten. Hur gör du för att mäta upp exakt fyra liter vatten?

4264 *Talmängder*
På tavlan har en lärare skrivit talen 2, 3, 12, 14, 15, 20 och 21. Läraren ber sina elever dela upp talen i två mängder så att produkten av talen i respektive mängd är lika stor. Finns det någon sådan uppdelning, och vilka värden kan denna produkt i så fall anta?

4265 *Schackbrädet*
Hur många kvadrater finns det på ett vanligt schackbräde? Svaret är inte 64!



4266 *Felblandad saft*
Sara har blandat en del koncentrerad saft med nio delar vatten. När hon smakar på saften känner hon ingen saftsmak och läser på flaskan att det ska vara en del saft till tre delar vatten. Hur mycket koncentrerad saft ska hon hälla i för att få rätt blandning?

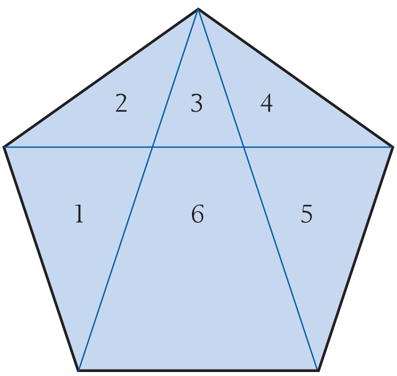
4267 *Delbarhet hos uttryck*
Visa att $(1+x+y)^2-(1-x-y)^2$ är delbart med fyra för alla heltal x och y.

4268 *Primtalet 2017*
Talet 2017 är ett Pythagoreiskt primtal vilket betyder att man kan finna en rätvinklig triangel med hypotenusan 2017 och med heltalskateter. Kan du finna heltalskateterna i denna triangel?

Svar och förslag på lösningar

4261 Rätt svar: Det är en söndag
Var sjunde dag är en måndag.
$1000/7 = 142{,}857\ldots$, det vill säga om $7 \cdot 142 = 994$ dagar så är det också måndag. De sex dagarna som sedan blir kvar upp till 1000 är ti, on, to, fr, lö och sö. Det är alltså söndag om 1000 dagar ifall det är måndag idag.

4262 Rätt svar: Elva trianglar
Det finns fem trianglar numrerade 1–5, dessutom bildar 1 och 2 en triangel, likaså 2 och 3, 3 och 4, 4 och 5 samt 3 och 6. Trianglarna 2, 3 och 4 bildar ytterligare en triangel. Det finns totalt elva trianglar i figuren.



4263 Här följer två lösningsförslag:
1. Fyll femlitershinken med vatten och häll över tre liter i trelitershinken. Töm trelitershinken och häll över kvarvarande två liter från femlitershinken i trelitershinken. Fyll än en gång femlitershinken med vatten och häll en liter vatten i trelitershinken så att den fylls upp. Kvar finns nu fyra liter i femlitershinken.

2. Fyll trelitershinken och häll över vattnet i femlitershinken. Fyll trelitershinken en gång till och häll över två liter i femlitershinken så att den är fylld. Häll ut vattnet i femlitershinken och häll den kvarvarande liter som finns i trelitershinken ner i femlitershinken. Fyll trelitershinken och häll över allt i femlitershinken, som nu innehåller fyra liter.

4264 Rätt svar: Talen kan grupperas på ett sätt,
$12 \cdot 14 \cdot 15 = 2520$ och $2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 21 = 2520$
Primtalsfaktorisering ger:
2
3
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$
$14 = 2 \cdot 7$
$15 = 3 \cdot 5$
$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
$21 = 3 \cdot 7$
Det finns ett sätt att gruppera talen
$12 \cdot 15 \cdot 14 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 2520$ och
$2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 21 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 = 2520$

4265 Rätt svar: 204 rutor
Antalet 1x1-rutor är 8^2, antalet 2x2-rutor är 7^2, antalet 3x3-rutor är 6^2, …, antalet 8x8-rutor är 1^2. Det totala antalet kvadrater på ett vanligt schackbräde är:

$$\sum_{k=1}^{8} k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 = 204$$

4266 Rätt svar: Två delar saft
När Sara blandar är det 1/10 som är koncentrerad saft. Det ska vara 1/4 som är koncentrerad saft. Om man då tillsätter två delar saft blir det 3/12 koncentrerad saft, $3/12 = 1/4$.

4267 Rätt svar: $4(x + y)$
Förenkling av uttrycket ger:
$(1 + x + y)^2 - (1 - x - y)^2 =$
$(1 + (x + y))^2 - (1 - (x + y))^2 =$
$(1 + 2(x+y) + (x + y)^2) - (1 - 2(x + y) + (x+y)^2) =$
$4(x + y)$

4267 Rätt svar: 1855 och 792
Om m och n är heltal >0 och $m > n$ så ger trippeln $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ sidorna i en rätvinklig triangel. Uppgiften är att finna m och n så att $m^2 + n^2 = 2017$. Värdet på m måste vara mindre än $\sqrt{2017}$ vilket innebär att m kan vara högst 44. Starta med $m = 44$ och beräkna n. $m^2 + n^2 = 2017$ leder till att $n^2 = 2017 - 44 \cdot 44$. Vi får $n^2 = 81$ som ger $n = 9$.

Insättning av $m = 44$ och $n = 9$ i $m^2 - n^2$, $2mn$, $m^2 + n^2$ ger att den rätvinkliga triangelns sidor är 1855, 792 och 2017.

Åsa Hildesson Nisén

Ulrica Dahlberg